

7.3 Ex.: baroscope



Une masse de plomb de petite taille est relié par un tige à une masse de polystyrène de grande taille: dans l'air le système est à l'équilibre. Que se passe-t-il dans le vide ?

1) Le système reste à l'équilibre

2) La boulle de polystyrène monte et celle de plomb descende

3) La boulle de polystyrène descende et celle de plomb monte

7.3 Ex.: baroscope



Chaque masse est soumise à la force de gravité et à la poussée d'Archimède:

$$m\vec{g} + \vec{F}_A = m\vec{g} - \rho V \vec{g} \quad \rho \text{ est la densité du fluide et } V \text{ le volume déplacé}$$

Dans l'air: $\vec{M}_O^{ext} = 0$

$$(m_p \vec{g} - \rho V_p \vec{g}) d_p = (m_s \vec{g} - \rho V_s \vec{g}) d_s \implies m_p = m_s - \rho (V_s - V_p) \quad d_p = d_s$$

Dans le vide: $m_p \vec{g} = m_s \vec{g} - \rho (V_s - V_p) \vec{g} < m_s \vec{g} \implies$ La boule de plomb monte à cause du changement du moment des forces

7.4 Centre de masse (ou d'inertie, ou « de gravité »)

- Le centre de masse d'un système à plusieurs corps est un point G de l'espace défini par:

$$\vec{r}_G = \overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}}{\sum_{\alpha} m_{\alpha}}$$

Notation:
 $\vec{r}_G \equiv \vec{R}$

- Si les masses m_{α} sont constantes, la vitesse du centre de masse est

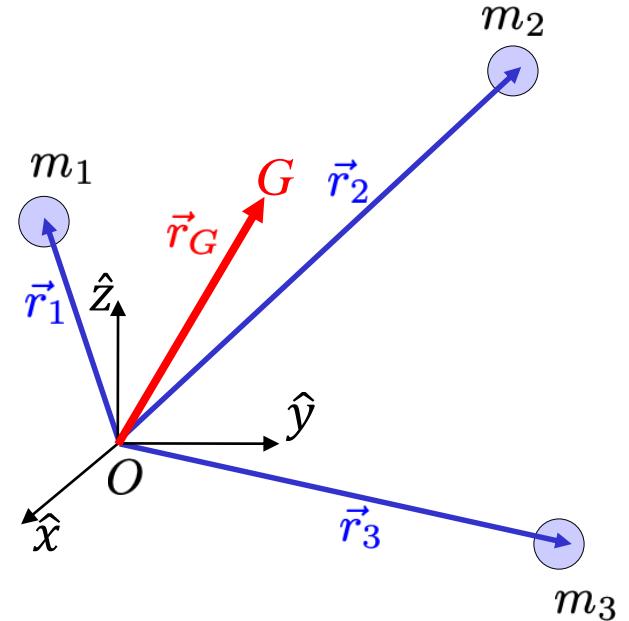
$$\frac{\vec{p}_G}{M} = \vec{v}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{\sum_{\alpha} m_{\alpha} \dot{\vec{r}}_{\alpha}}{\sum_{\alpha} m_{\alpha}} = \frac{\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}}{\sum_{\alpha} m_{\alpha}} = \frac{\vec{p}}{M} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_G = M \vec{v}_G = \vec{p}$$

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_G}{dt} = M \vec{a}_G = M \ddot{\vec{R}}$$

Théorème du centre de masse

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}}{dt} = \frac{d\vec{p}_G}{dt} = M \frac{d\vec{v}_G}{dt} = M \vec{a}_G$$

Le **centre de masse** d'un système se comporte **comme un point matériel** de masse $M = \sum m_{\alpha}$ subissant toutes les forces extérieures appliquées sur les différentes parties du système, comme si ces forces étaient exercées sur ce point matériel



7.4 Propriétés du centre de masse (CM)

- Soit G (G') le centre de masse défini à partir de l'origine O (O'), on a que:

$$\overrightarrow{O'G'} = \frac{1}{M} \sum_{\alpha} m_{\alpha} \overrightarrow{O'P_{\alpha}} = \frac{1}{M} \sum_{\alpha} m_{\alpha} (\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OP_{\alpha}}) = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{O'G}$$



$G' = G \Rightarrow$ le centre de masse est indépendant de l'origine

- Référentiel $R^*(G\hat{x}_G\hat{y}_G\hat{z}_G)$ du CM i.e. origine placée en G et en mouvement avec G :

$$\vec{r}_{\alpha}^* = \overrightarrow{GP_{\alpha}} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OP_{\alpha}} = -\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OP_{\alpha}} = -\vec{r}_G + \vec{r}_{\alpha}$$

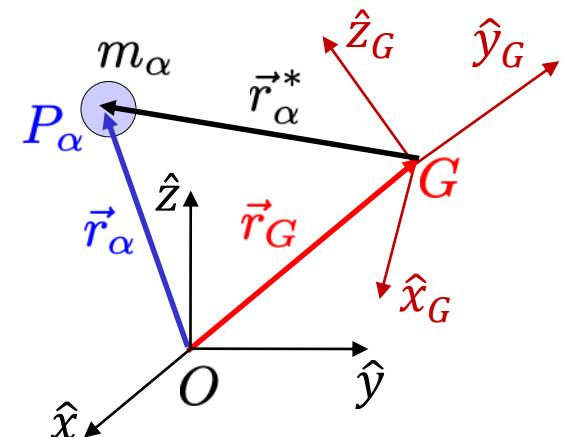
$$\vec{r}_G = \frac{\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}}{M} = \frac{1}{M} \sum_{\alpha} m_{\alpha} (\vec{r}_G + \vec{r}_{\alpha}^*) = \vec{r}_G + \frac{1}{M} \sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}^* \Rightarrow \sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}^* = 0 \Rightarrow \sum_{\alpha} m_{\alpha} \frac{d\vec{r}_{\alpha}^*}{dt} = 0$$



$$\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}^* = 0$$

$$\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}^* = 0 \text{ où } \vec{v}_{\alpha}^* = \frac{d\vec{r}_{\alpha}^*}{dt} = \vec{v}_{\alpha} - \vec{v}_G$$

La somme des quantités de mouvement par rapport au centre de masse est nulle



7.4 centre de masse et moment cinétique

- Moment cinétique par rapport à O : $\vec{L}_O = \sum_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}$

Par rapport à un point A on a:

$$\vec{L}_A = \sum_{\alpha} \overrightarrow{AP_{\alpha}} \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} = \sum_{\alpha} (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP_{\alpha}}) \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} = \overrightarrow{AO} \wedge \sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} + \sum_{\alpha} \overrightarrow{OP_{\alpha}} \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} \Rightarrow$$

$$\vec{L}_A = \overrightarrow{AO} \wedge M \vec{v}_G + \vec{L}_O$$

- Théorème du transfert:

$$\vec{L}_G = \vec{L}_G^*$$

\vec{L}_G^* est le moment cinétique calculé dans le référentiel du CM $G\hat{x}_G\hat{y}_G\hat{z}_G$

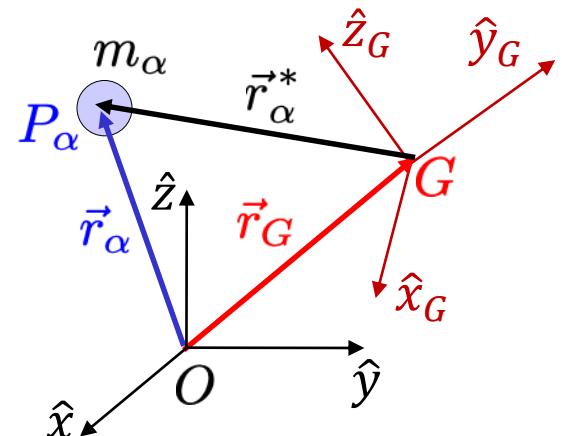
$$\vec{L}_G = \sum_{\alpha} \overrightarrow{GP_{\alpha}} \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \overrightarrow{GP_{\alpha}} \wedge m_{\alpha} (\vec{v}_{\alpha}^* + \vec{v}_G) = \sum_{\alpha} \overrightarrow{GP_{\alpha}} \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}^* + (\sum_{\alpha} \overrightarrow{GP_{\alpha}} m_{\alpha}) \wedge \vec{v}_G = \vec{L}_G^* + 0 = \vec{L}_G^*$$

$\parallel 0$

- 1^{er} Théorème de König:

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OG} \wedge M \vec{v}_G + \vec{L}_G^*$$

Le moment cinétique totale par rapport à O est égale à la somme du moment cinétique de la masse totale M concentrée en CM et du moment cinétique calculé par rapport au CM



7.4 centre de masse et moment cinétique

- Evolution du moment cinétique par rapport à O : $\vec{L}_O = \sum_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \wedge m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} = \overrightarrow{OG} \wedge M \vec{v}_G + \vec{L}_G^*$

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \overrightarrow{OG} \wedge \vec{F}^{ext} + \frac{d\vec{L}_G^*}{dt}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}_O}{dt} &= \dot{\overrightarrow{OG}} \wedge M \vec{v}_G + \overrightarrow{OG} \wedge M \vec{a}_G + \frac{d\vec{L}_G}{dt} \\ &= 0 + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{F}^{ext} + \frac{d\vec{L}_G}{dt} = \overrightarrow{OG} \wedge \vec{F}^{ext} + \vec{M}_G^{ext} \end{aligned}$$

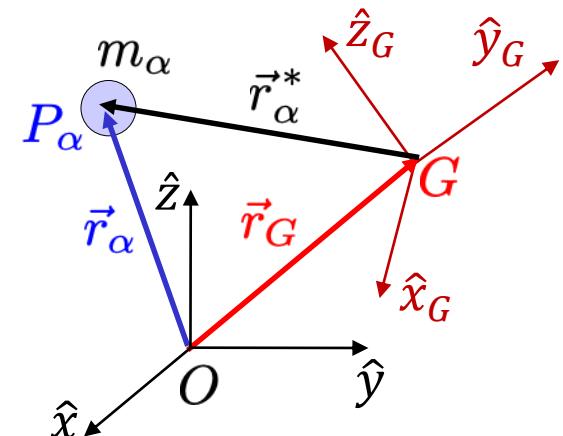
$$\vec{M}_O^{ext} = \overrightarrow{OG} \wedge \vec{F}^{ext} + \vec{M}_G^{ext*}$$

- 2^{er} Théorème de König:

$$K = K^* + \frac{1}{2} M v_G^2$$

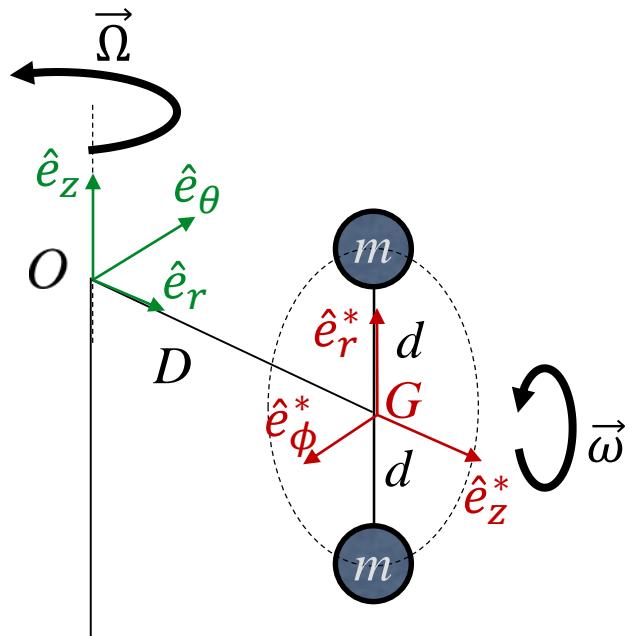
L'énergie cinétique totale par rapport à un point O est égale à la somme de l'énergie cinétique du CM et l'énergie cinétique du mouvement relatif autour du CM

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} (\vec{v}_{\alpha}^* + \vec{v}_G)^2 = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} (v_{\alpha}^{*2} + v_G^2 + 2 \vec{v}_{\alpha}^* \cdot \vec{v}_G) = \\ &= K^* + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} v_G^2 + (\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}^*) \cdot \vec{v}_G = K^* + \frac{1}{2} M v_G^2 \end{aligned}$$



7.4 Ex.: deux balles tournantes autour de deux axes

Axes sans masse



$$M = 2m$$

$$\overrightarrow{OG} = D\hat{e}_r$$

$$\vec{v}_G = \Omega \hat{e}_z \wedge D \hat{e}_r = D \Omega \hat{e}_\theta$$

$$\vec{v}_m^* = \omega \hat{e}_z^* \wedge d \hat{e}_r^* = \omega d \hat{e}_\phi^*$$

$$\vec{L}_G^* = d \hat{e}_r^* \wedge m \vec{v}_m^* + (-d \hat{e}_r^* \wedge -m \vec{v}_m^*) = 2md^2 \omega \hat{e}_r^* \wedge \hat{e}_\phi^* = 2md^2 \omega \hat{e}_z^*$$

$$\begin{aligned} \vec{L}_O = \overrightarrow{OG} \wedge M \vec{v}_G + \vec{L}_G^* &= D \hat{e}_r \wedge MD\Omega \hat{e}_\theta + \vec{L}_G^* = MD^2 \Omega \hat{e}_r \wedge \hat{e}_\theta + \vec{L}_G^* = \\ &= MD^2 \Omega \hat{e}_z + 2md^2 \omega \hat{e}_z^* \end{aligned}$$

7.5 System isolé à deux corps

Deux descriptions possible:

- Référentiel ($O\hat{x}\hat{y}\hat{z}$): coordonnées \vec{r}_1 ; \vec{r}_2

$$\begin{cases} \vec{F}_{2 \rightarrow 1} = m_1 \ddot{\vec{r}}_1 & (1) \\ \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = m_2 \ddot{\vec{r}}_2 & (2) \end{cases}$$

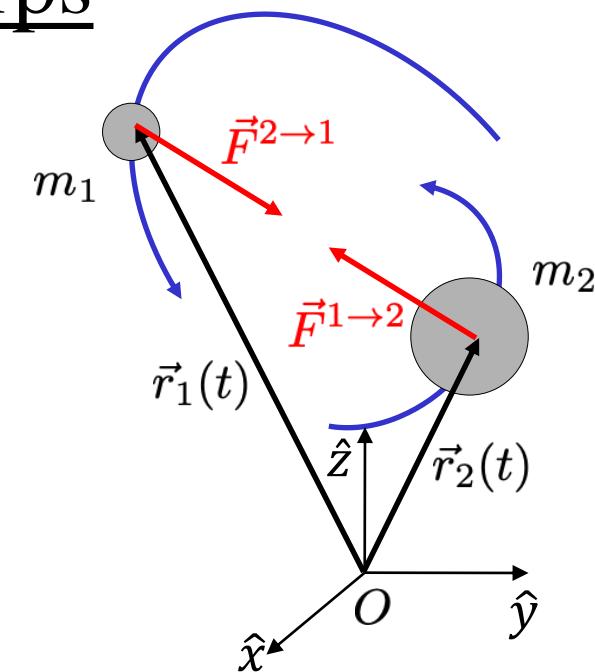
(3ème loi)

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$$

- Référentiel du centre de masse ($G\hat{x}\hat{y}\hat{z}$): coordonnées \vec{r} ; \vec{R}

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$



Théorème du centre de masse $\Leftrightarrow (m_1 + m_2) \ddot{\vec{R}} = \vec{F}_{ext} = 0 \Leftrightarrow m_1 \ddot{\vec{r}}_1 + m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = 0 \Leftrightarrow$ (3ème loi)

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_1 - \ddot{\vec{r}}_2 = \frac{\vec{F}_{2 \rightarrow 1}}{m_1} - \frac{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}}{m_2} = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) \vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

↓

Equation du mouvement relatif

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \mu \ddot{\vec{r}}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \mu = \text{masse réduite du système}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$M = \text{masse totale du système}$$

7.5 System isolé à deux corps

$$(m_1 + m_2)\ddot{\vec{R}} = M\ddot{\vec{R}} = \vec{F}_{ext} = 0 \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \mu \ddot{\vec{r}}$$

$$M = m_1 + m_2$$

Équivalente à étudier le mouvement de deux particules indépendantes de masse M et μ

\vec{r}_1 et \vec{r}_2 sont obtenus à partir de \vec{r} et \vec{R}

$$(m_1 + m_2)\vec{R} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

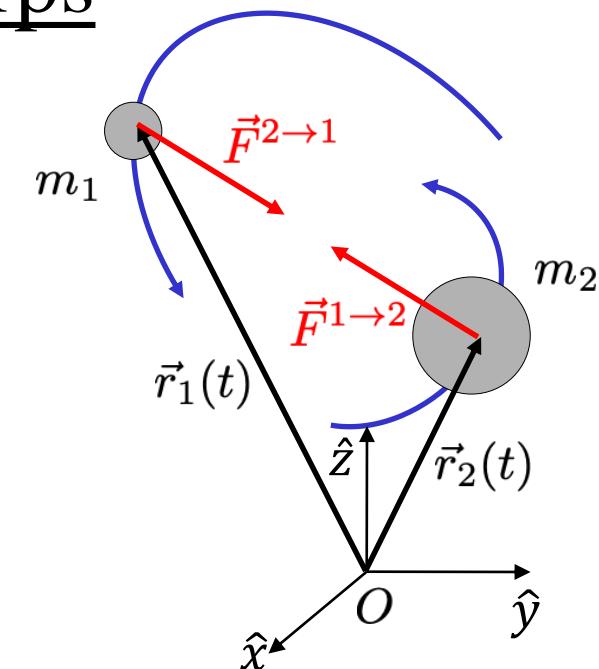
$$(m_1 + m_2)\vec{R} = m_1 \vec{r}_1 + m_2(\vec{r}_1 - \vec{r})$$



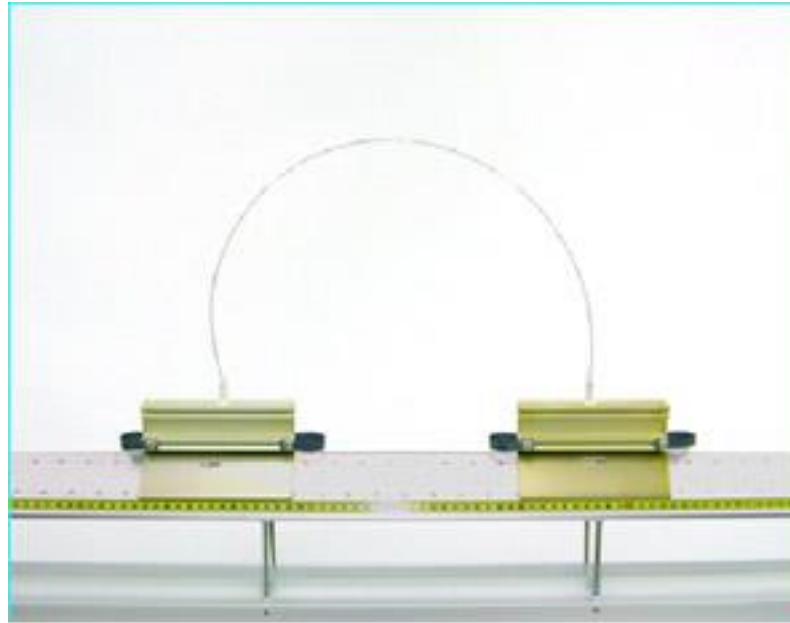
$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}$$

$$\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r} = \vec{R} + \frac{\mu}{m_1} \vec{r}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{R} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{r} = \vec{R} - \frac{\mu}{m_2} \vec{r}$$



7.5 Ex.: deux chariots reliés par un ressort



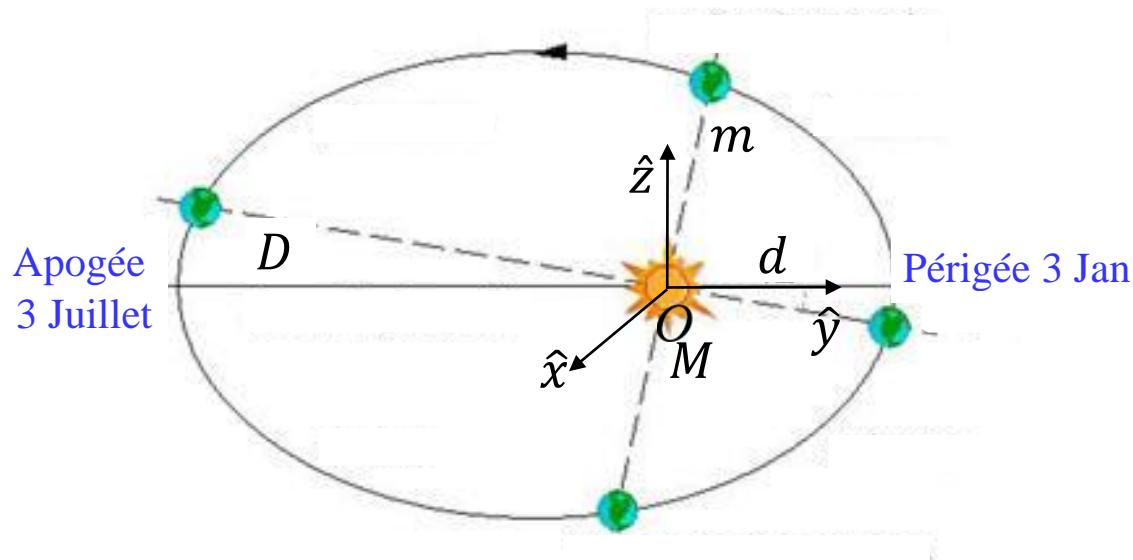
On donne une poussée vers gauche au chariot de droite: après la poussée, quel mouvement suivra le centre de masse du système (pas de frottement)?

1) Déplacement rectiligne uniforme vers gauche

2) Oscillatoire sans déplacement

3) Oscillatoire avec déplacement vers gauche

7.5 Ex.: CM de Soleil - Terre



Masse Soleil $M_S = 2 \ 10^{30} \text{ kg}$
 Masse Terre $m = 6 \ 10^{24} \text{ kg}$
 $D = 152 \ 10^6 \text{ km}$
 $d = 147 \ 10^6 \text{ km}$
 Rayon Soleil $R_S = 7 \ 10^5 \text{ km}$

$$M = m_1 + m_2 = m + M_S \approx M_S$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m M_S}{m + M_S} \approx m$$

Position du CM: par ex. avec Terre à l'Apogée par rapport au référentiel $O\hat{x}\hat{y}\hat{z}$

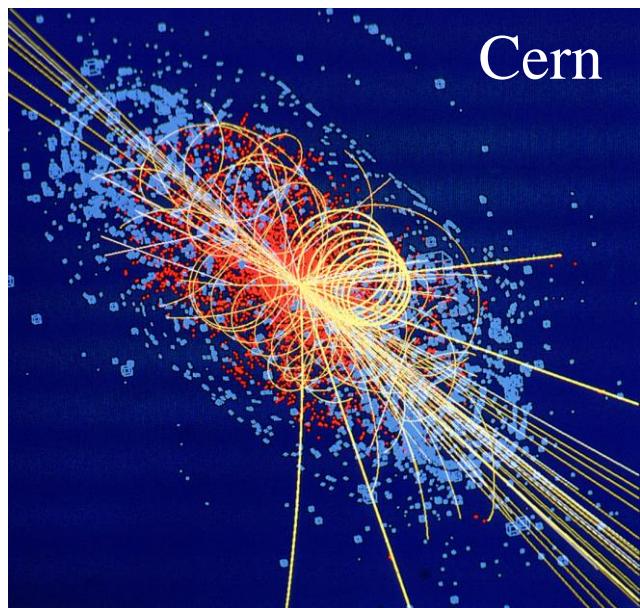
$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{-mD}{m + M_S} \approx -\frac{mD}{M_S} \approx -450 \text{ km}$$

$$\vec{F}_{ext} = M \ddot{\vec{R}}$$

En absence de forces extérieures, le CM de Terre et Soleil se déplace à vitesse constante.

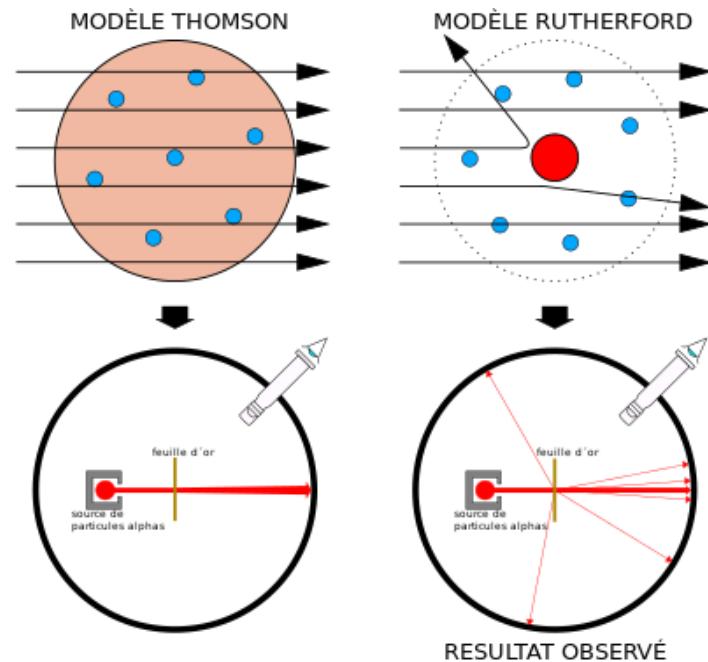
Avec une très bonne approximation, le Soleil est le CM du système Soleil – Terre et donc la Terre tourne autour du Soleil

7.6 Collisions: exemples

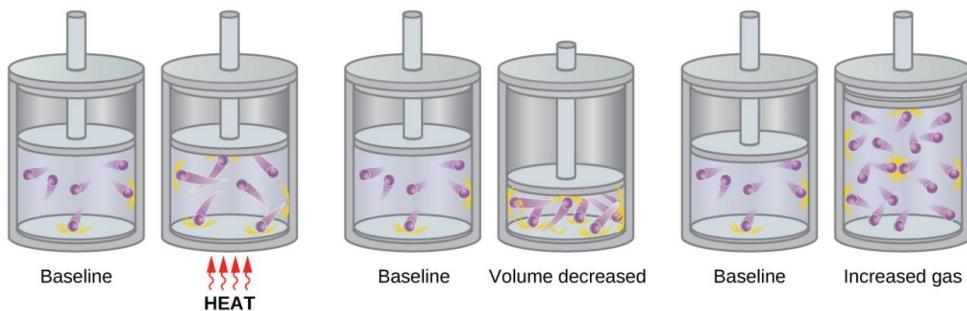


Cern

Expérience de Rutherford: Source Wikipedia



Collisions entre particules d'un gaz



Temperature increased
Volume constant
= Increased pressure

Amonton's law
(a)

Volume decreased
Wall area decreased
= Increased pressure

Boyle's law
(b)

Container pressure constant
More gas molecules added
= Increased volume

Avogadro's law
(c)

Vie quotidienne



7.6 Collisions entre deux corps

- Peuvent être analysés sur la base des lois de conservation et permettent d'étudier les forces en jeu
- Modélisation: le système des deux corps est isolé

⇒ \vec{L}_{tot} et \vec{p}_{tot} conservés

(1) Bien avant le choc ($t \ll 0$):

- Les corps n'exercent aucune force l'un sur l'autre (ils sont très éloignés et on suppose une force à courte portée)
- Chaque corps est un système isolé

(2) Pendant le choc ($t \simeq 0$):

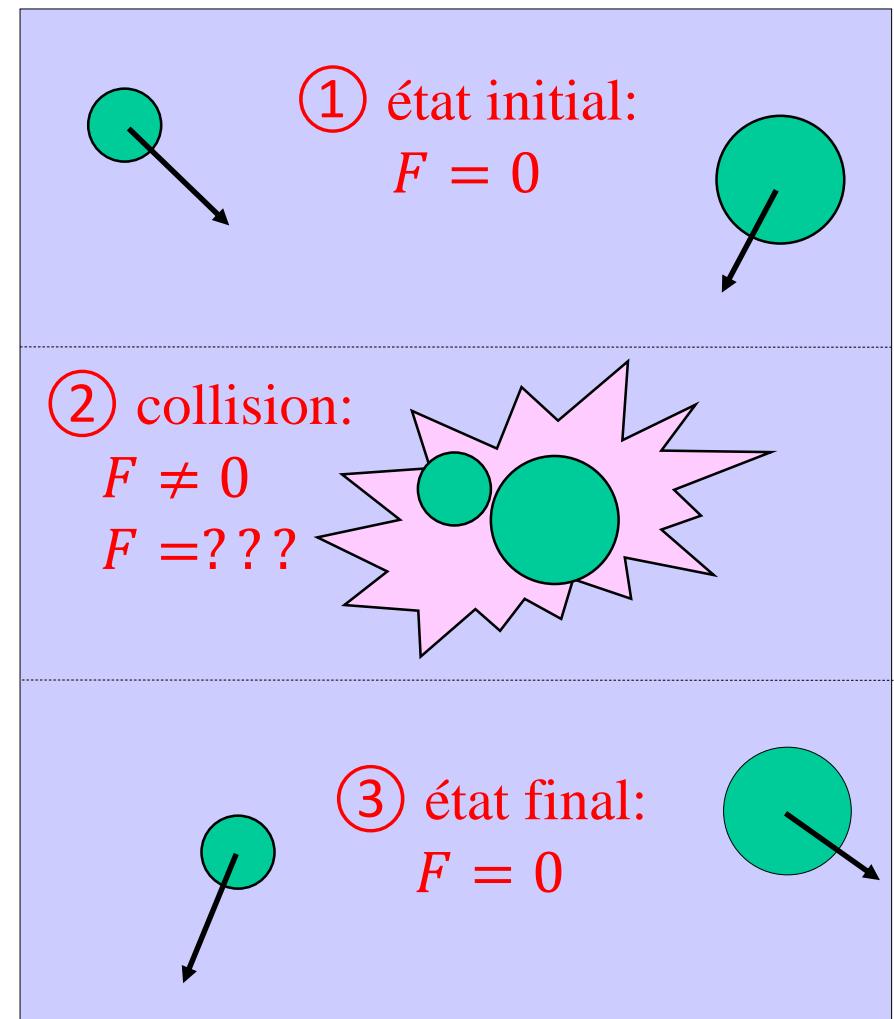
- Les corps interagissent, sous l'effet d'une force F (qu'on ne décrit pas)

(3) Bien après le choc ($t \gg 0$):

- Les corps sont à nouveau libres

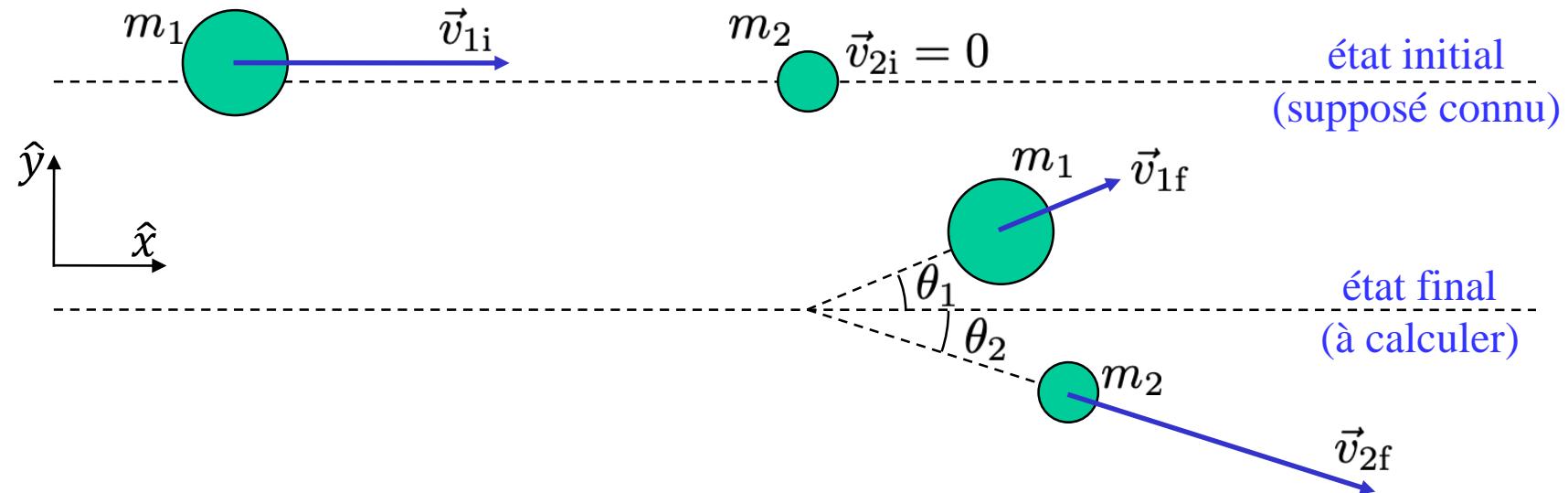
état initial \neq état final: les corps ont échangé, entre autres, de la quantité de mouvement:

$$\Delta \vec{p} = \int_{\text{choc}} \vec{F} dt = \text{impulsion}$$



7.6 Collision entre deux points matériels

- On choisit, sans perte de généralité, un référentiel dans lequel l'une des deux boules est initialement au repos



- Conservation de la quantité de mouvement:

$$m_1 \vec{v}_{1i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

⇒ toutes les vitesses sont dans un même plan

Projections selon \hat{x} et \hat{y}

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2 \\ 0 = m_1 v_{1f} \sin \theta_1 - m_2 v_{2f} \sin \theta_2 \end{array} \right.$$

- Variation d'énergie cinétique totale :

$$Q \equiv K_{\text{final}} - K_{\text{initial}} = \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2}_{K_{1f}} + \underbrace{\frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2}_{K_{2f}} - \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2}_{K_{1i}}$$

7.6 Collision élastique: énergie cinétique conservée

- Conservation de la quantité de mouvement:

$$\begin{aligned}
 m_1 v_{1i} &= m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2 & (m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} \cos \theta_1)^2 &= (m_2 v_{2f} \cos \theta_2)^2 & \Rightarrow \\
 0 &= m_1 v_{1f} \sin \theta_1 - m_2 v_{2f} \sin \theta_2 & m_1^2 v_{1f}^2 \sin^2 \theta_1 &= m_2^2 v_{2f}^2 \sin^2 \theta_2 = m_2^2 v_{2f}^2 (1 - \cos^2 \theta_2) \\
 \Rightarrow & (m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} \cos \theta_1)^2 & m_2^2 v_{2f}^2 - m_1^2 v_{1f}^2 \sin^2 \theta_1
 \end{aligned}$$

- Choc élastique: $\Leftrightarrow Q = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \Rightarrow v_{2f}^2 = \frac{m_1}{m_2} (v_{1i}^2 - v_{1f}^2)$

$$m_1^2 v_{1i}^2 + m_1^2 v_{1f}^2 \cos^2 \theta_1 - 2m_1^2 v_{1i} v_{1f} \cos \theta_1 = m_1 m_2 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) - m_1^2 v_{1f}^2 \sin^2 \theta_1$$

$$\downarrow$$

$$m_1 v_{1i}^2 + m_1 v_{1f}^2 - 2m_1 v_{1i} v_{1f} \cos \theta_1 = m_2 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2)$$

$$\downarrow$$

$$v_{1f}^2 (m_1 + m_2) + v_{1i}^2 (m_1 - m_2) - 2m_1 v_{1i} v_{1f} \cos \theta_1 = 0$$

$$\downarrow$$

$$\frac{v_{1f}^2}{v_{1i}^2} - \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cos \theta_1 \frac{v_{1f}}{v_{1i}} + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 0$$

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \frac{4m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \cos^2 \theta_1 - 4 \frac{m_1^2 - m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \\
 &= \frac{4m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} (\cos^2 \theta_1 - 1 + \frac{m_2^2}{m_1^2})
 \end{aligned}$$

$$\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\cos \theta_1 \pm \sqrt{\cos^2 \theta_1 - 1 + \frac{m_2^2}{m_1^2}} \right)$$

7.6 Collision élastique

$$\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\cos \theta_1 \pm \sqrt{\cos^2 \theta_1 - 1 + \frac{m_2^2}{m_1^2}} \right)$$

- Deux conditions à satisfaire: $\Delta \geq 0$; $v_{1f} \geq 0$

- $m_1 \leq m_2 \Rightarrow \Delta \geq 0$ toujours vrai (pas de restriction sur l'angle $0 \leq \theta_1 \leq \pi$)

$$\cos^2 \theta_1 - 1 + \frac{m_2^2}{m_1^2} \geq \cos^2 \theta_1 \Rightarrow \text{Une solution positive}$$
$$\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\cos \theta_1 + \sqrt{\cos^2 \theta_1 - 1 + \frac{m_2^2}{m_1^2}} \right)$$

- $m_1 > m_2 \Rightarrow \Delta \geq 0$ si $\sin \theta_1 \leq \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow$ Deux solutions possibles
- $$\cos^2 \theta_1 - 1 + \frac{m_2^2}{m_1^2} \leq \cos^2 \theta_1$$

N.B.: Le problème a 4 inconnues ($v_{1f}, v_{2f}, \theta_1, \theta_2$) mais que 3 équations donc on ne peut pas le résoudre complètement

7.6 Collision élastique (2)

- Cas particulier: collision unidimensionnelle ou \vec{v}_{1i} alignée avec le point 2 (entièrement soluble avec les lois de conservation)
 - On reprend les résultats précédents avec $\theta_1 = \theta_2 = 0$, et v_{1i} , v_{1f} , et v_{2f} sont maintenant les composantes sur l'axe x (et non plus les normes)

- On obtient:
$$\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(1 \pm \frac{m_2}{m_1} \right) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\frac{m_1 \pm m_2}{m_1} \right) = \frac{m_1 \pm m_2}{m_1 + m_2}$$

1) $v_{1f} = v_{1i}$ $v_{2f}^2 = \frac{m_1}{m_2} (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = 0$ Pas de choc

2) $v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$ $v_{2f}^2 = \frac{m_1}{m_2} (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = \frac{m_1}{m_2} \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{1i}^2 \Rightarrow v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$

- Cas limites:

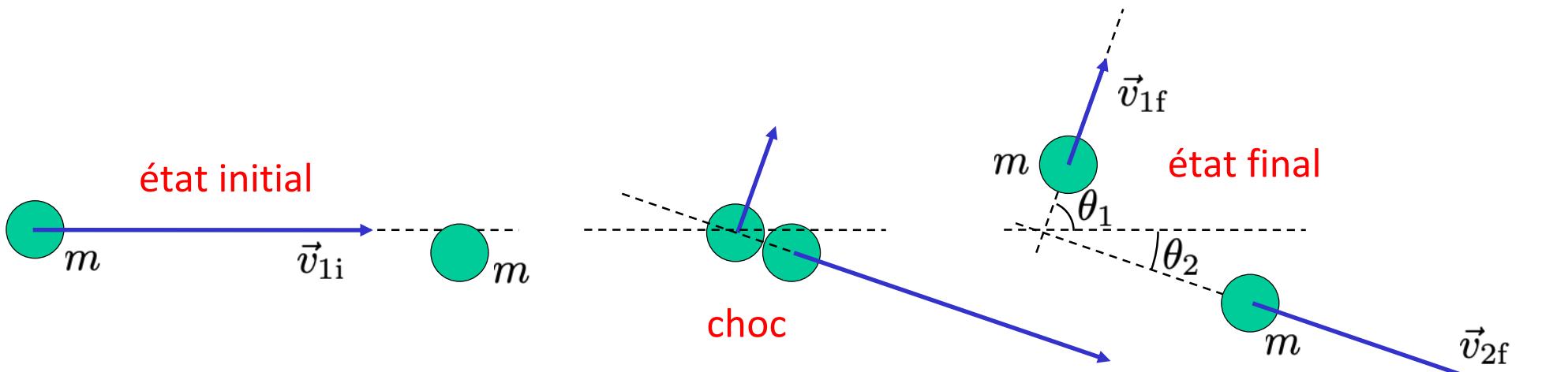
Si $m_1 = m_2$: $v_{1f} = 0$ et $v_{2f} = v_{1i}$ échange des vitesses

Si $m_1 \ll m_2$: $v_{1f} \approx -v_{1i}$ et $v_{2f} \approx 0$ rebond sur une masse « infinie »

Si $m_1 \gg m_2$: $v_{1f} \approx v_{1i}$ et $v_{2f} = 2v_{1i}$ collision avec masse négligeable

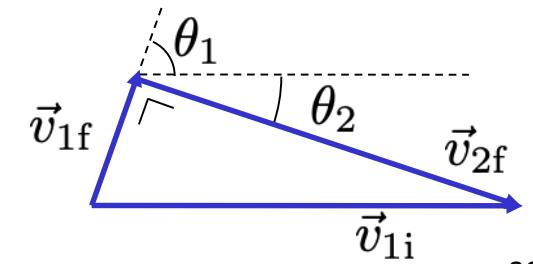
7.6: Choc élastique entre deux points matériels

- Cas particulier $m_1 = m_2 = m$ (mais \vec{v}_{1i} n'est pas alignée avec le point 2):
 - Par exemple boules de billard sans frottements (pour autant que l'approximation du point matériel soit valable, c-à-d billard sans « effets »)
 - On obtient:
- $$\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{1}{2} \left(\cos \theta_1 \pm \sqrt{\cos^2 \theta_1} \right) \Rightarrow \begin{cases} v_{1f} = 0 : \text{échange des vitesses} \\ v_{1f} = v_{1i} \cos \theta_1 \end{cases}$$
- Si $v_{1f} \neq 0$, les vitesses finales forment un angle droit:



conservation de \vec{p}_{tot} : $\vec{v}_{1i} = \vec{v}_{1f} + \vec{v}_{2f}$ \Rightarrow triangle

conservation de K_{tot} : $v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2$ \Rightarrow triangle rectangle
 $\Rightarrow \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$



7.6 Collision inélastique

- Définition choc inélastique: énergie cinétique non conservée
 - $Q > 0$: la collision dégage de l'énergie cinétique (exo-énergétique)
 - $Q < 0$: la collision absorbe de l'énergie cinétique (endo-énergétique)
- variation d'énergie interne du système = - Q
(par conservation de l'énergie totale):
 - elle peut conduire à un changement de l'identité des particules en interaction, ou du nombre de particules dans l'état final; exemples:
 - Choc entre un marteau et un verre de cristal
 - Collisions entre particules élémentaires, par ex. $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$
- Cas particulier: choc mou (les deux points matériels restent accrochés): $\vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2f} = \vec{V}$

Conservation de la
quantité de mouvement:

$$m_1 \vec{v}_{1i} = (m_1 + m_2) \vec{V} \Rightarrow \vec{V} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_{1i}$$

\vec{V} = Vitesse du
centre de masse

$$K_f - K_i = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 - \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - m_1 \right) v_{1i}^2 = - \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

Energie transformée en chaleur lors du choc